BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2014

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Jeudi 19 juin 2014

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

Le sujet comporte neuf pages numérotées de 1 à 9.

Les trois annexes (pages 7, 8 et 9) sont à rendre avec la copie.

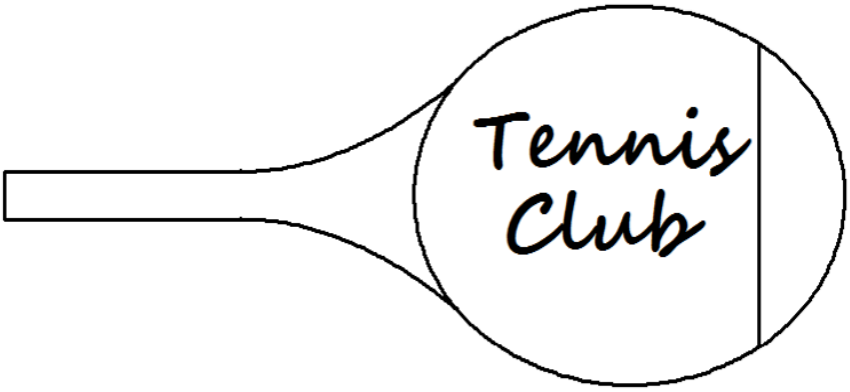
Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la réglementation en vigueur.

Exercice 1 *(7 points)*

Un club de tennis souhaite avoir un logo en forme de raquette dans laquelle sera inscrit le nom du club (voir la figure ci-dessous).



Une partie du logo est tracée dans le repère orthonormé de l'annexe 1, d'origine O (0 ; 0) et d'unité 1 cm. L'ellipse $\mathcal{E}$, de centre Ω, représente le cadre de la raquette (partie où se trouve le tamis ou cordage). Les segments [AM], [MN] et [NE] constituent une partie du manche.

Dans ce repère, on a les données suivantes :

- Ω (9 ; 0) B(5 ; 2,4) A(0 ; 0,5)
  M(-5,5 ; 0,5) N(-5,5 ; -0,5) E(0 ; -0,5)
- Une équation cartésienne réduite de l'ellipse $\mathcal{E}$ est $\frac{(x-9)^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Partie A

1. Calculer les longueurs des demi-axes de l'ellipse $\mathcal{E}$.
2. Montrer que le point B appartient à l'ellipse $\mathcal{E}$.

Partie B

1. Pour compléter la partie manquante du manche, on souhaite relier les points A et B par un arc de parabole, représentant une fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

   a) Donner l'expression de la fonction f' dérivée de f.

   b) On souhaite que l'arc de parabole passe par les points A et B, et que la tangente à la parabole au point A soit horizontale. Exprimer ces trois contraintes à l'aide d'un système.

   c) Résoudre ce système.

2. On admet que la fonction f est définie sur [0 ; 5] par $f(x) = 0{,}076x^2 + 0{,}5$. On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

   a) Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous (valeur arrondie à 10^{-1} près).

x	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$										

   b) Dans le repère de l'annexe 1, tracer la courbe $\mathcal{C}$, ainsi que la courbe $\mathcal{C}'$ symétrique de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.

Partie C

Le logo de l'annexe 1 est une réduction à l'échelle $\frac{2}{7}$ d'une raquette qui a servi de modèle pour le tracer. Les trois questions suivantes concernent la raquette qui a servi de modèle.

1) Calculer en vraie grandeur la longueur totale en centimètres de la raquette (manche et cadre).

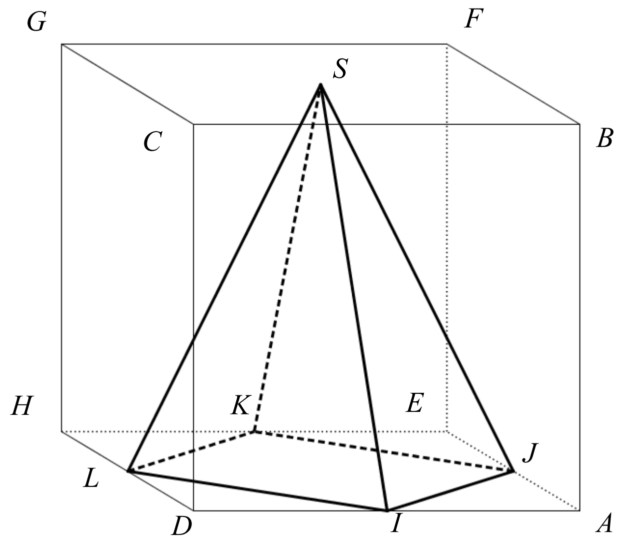
2) Calculer une valeur arrondie au cm^2 de l'aire du tamis en vraie grandeur sachant que l'aire d'une ellipse est égale à $\pi \times d \times D$, où d et D désignent les longueurs des demi-axes de l'ellipse.

3) Une raquette de compétition doit avoir une longueur totale qui ne dépasse pas 74 cm et une aire du tamis qui ne dépasse pas 710 cm^2. La raquette qui a servi de modèle est-elle une raquette de compétition ?

Exercice 2 *(7 points)*

Un presse-papier est constitué d'une pyramide *SIJKL* à base carrée inscrite dans un cube transparent *ABCDEFGH*.

Il est représenté ci-dessous en perspective cavalière.



Le sommet *S* de la pyramide est au centre de la face supérieure *BFGC* du cube.

Les points *I*, *J*, *K* et *L* sont les milieux des arêtes de la face inférieure *AEHD*.

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Représentation en perspective centrale

L'objectif de cette partie est de représenter ce presse-papier en perspective centrale avec comme plan frontal le plan (ABCD) en complétant l'annexe 2, où la ligne d'horizon est déjà tracée. On note *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *j*, *k*, *l*, *s* les images respectives des points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H, I*, *J*, *K*, *L*, *S* dans cette représentation en perspective centrale.

1) Que peut-on dire des droites (*g f*) et (*c b*) dans cette représentation en perspective centrale ?

2) a) Donner la position de la droite (*CG*) dans l'espace par rapport au plan frontal (*ABCD*).
b) Donner la position de la droite (*BF*) dans l'espace par rapport au plan frontal (*ABCD*).

3) Comment appelle-t-on le point d'intersection des droites (*c g*) et (*b f*) dans la représentation en perspective centrale ?

4) Compléter soigneusement la représentation en perspective centrale du presse-papier sur le document en annexe 2, en laissant apparents les traits de construction.

5) Que peut-on dire des droites (*i l*) et (*j k*) ? Justifier.

Partie B : Calculs de longueurs, d’un angle et d’une aire

Les arêtes du cube mesurent 8 cm. On désire calculer l’aire d’une face triangulaire de la pyramide.

On rappelle que l’aire d’un triangle est donnée par la formule $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$, *où b désigne la base et h la hauteur du triangle.*

1) Montrer que $IJ = 4\sqrt{2}$ et $SI = 4\sqrt{5}$.

2) En utilisant la relation d’Al-Kashi, calculer la valeur exacte du cosinus de l’angle $\widehat{ISJ}$. En déduire la valeur arrondie de cet angle au degré près.

3) Représenter en vraie grandeur le triangle SIJ. Calculer son aire en cm^2.

Exercice 3 *(6 points)*

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

PARTIE A : Pentagone

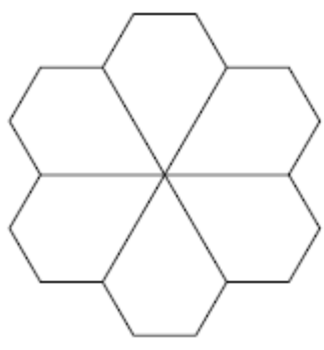
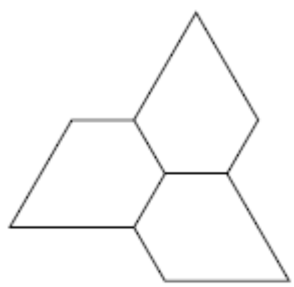
1. Construction sur la copie :
   - Dessiner un segment $[OA]$ de longueur 6 cm.
   - Construire le triangle équilatéral OAD.
   - Soit I le milieu de $[AD]$. Construire à l’extérieur du triangle OAD les deux triangles équilatéraux IAB et ICD.
   - Tracer le pentagone $OABCD$.

2. Démontrer que IBC est un triangle équilatéral.

3. Faire apparaître sur le dessin que le pentagone $OABCD$ est la juxtaposition de 7 triangles équilatéraux identiques.

PARTIE B : Pavage

1. On considère le motif élémentaire ainsi que les deux motifs composés « fleur » et «hélice » suivants :

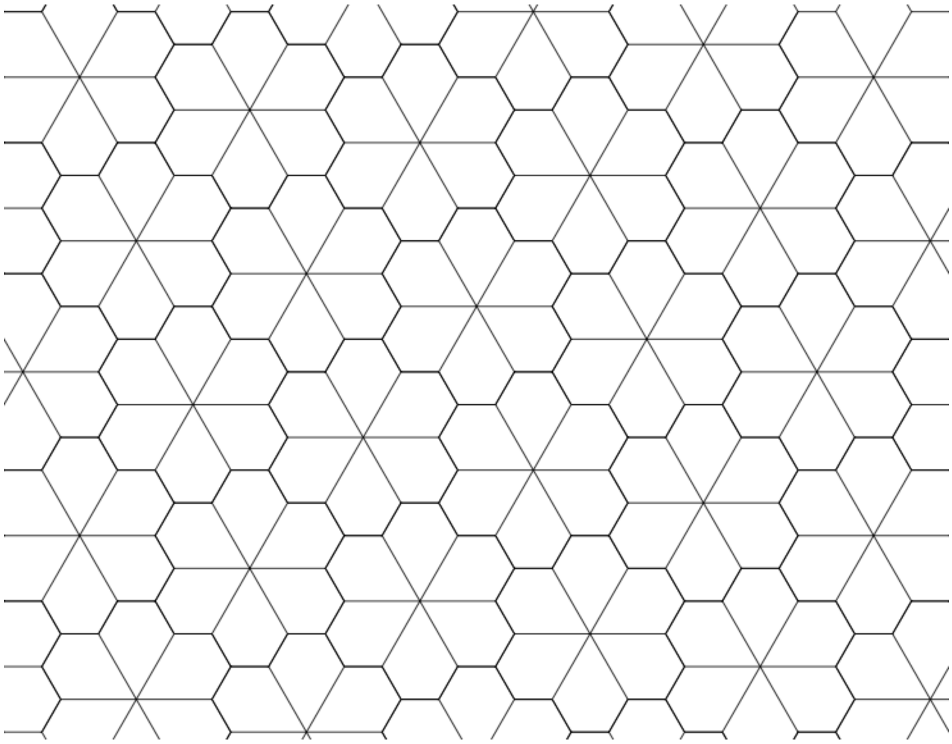
		
motif élémentaire	motif « fleur »	motif « hélice »

Pour répondre aux deux questions suivantes, on donnera un nom aux sommets à utiliser pour définir les transformations. Pour cela, on reproduira sur un croquis à main levée le motif élémentaire sur la copie.

a) Par quelles transformations peut-on obtenir le motif « fleur » à partir du motif élémentaire ?

b) Par quelles transformations peut-on obtenir le motif « hélice » à partir du motif élémentaire ?

2. On considère le pavage suivant :

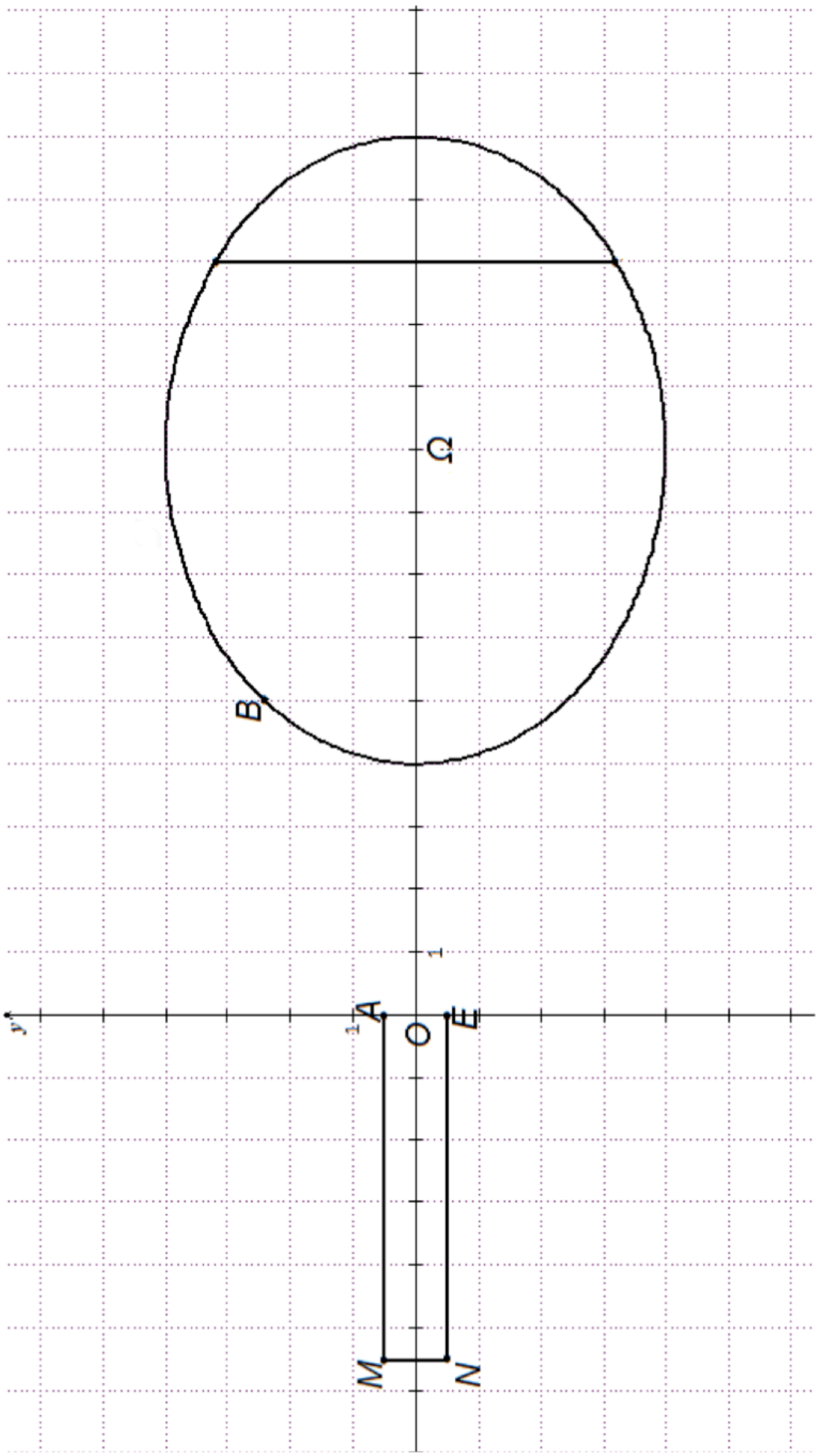


a) Par quelles transformations peut-on obtenir ce pavage en utilisant le motif « fleur » ?
Pour définir ces transformations, vous placerez des points sur le dessin de l'annexe 3a.

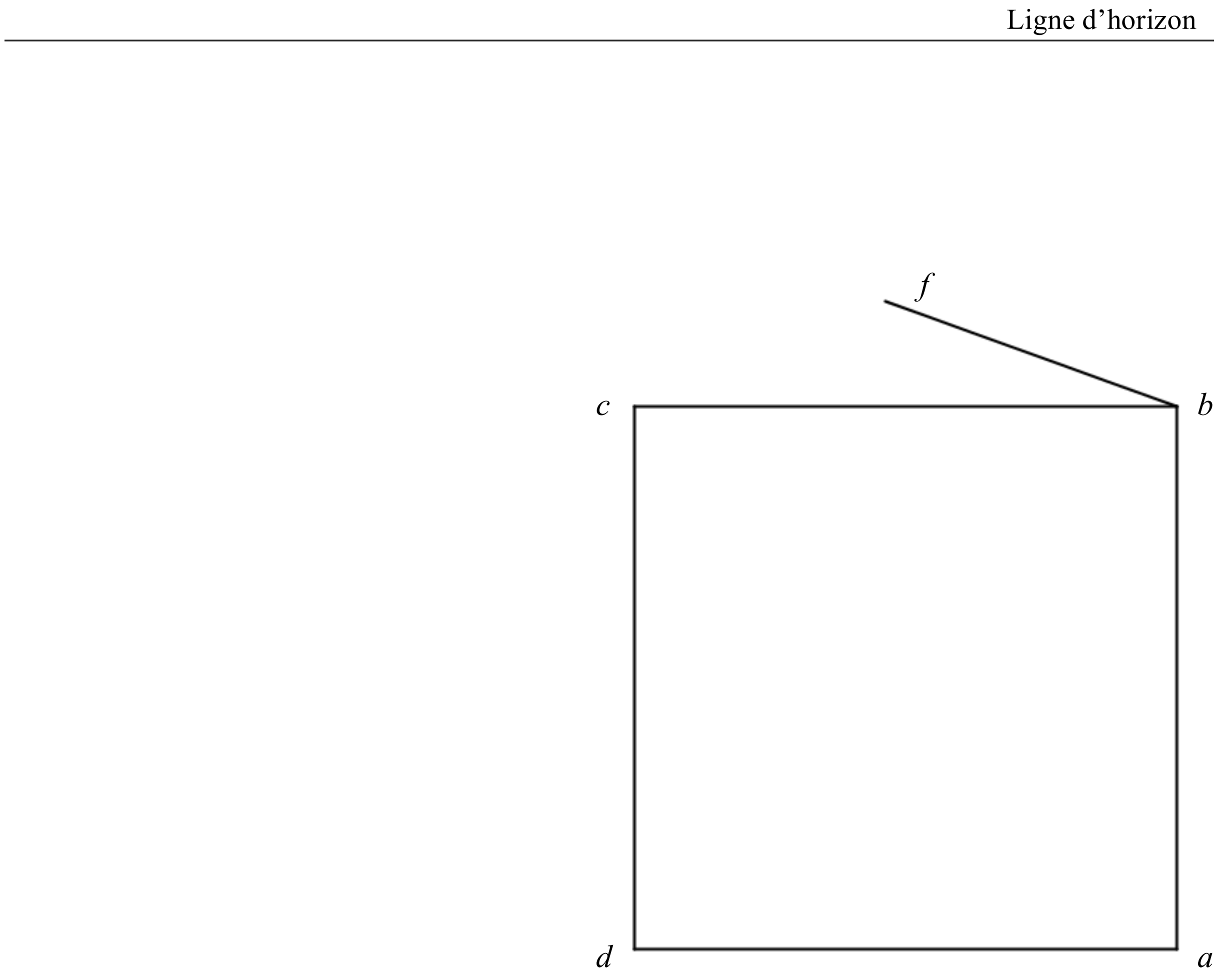
b) De même, par quelles transformations peut-on obtenir ce pavage en utilisant le motif « hélice » ?
Pour définir ces transformations, vous placerez des points sur le dessin de l'annexe 3b.

3. On appelle damier un pavage constitué de motifs bicolores disposés de telle sorte que deux motifs de même couleur ne peuvent être en contact que par un sommet, et non par une arête.
Lequel des deux motifs composés (« fleur » ou « hélice ») permet-il d'obtenir un pavage de type damier ?
Répondre en coloriant un damier sur l'annexe 3c.

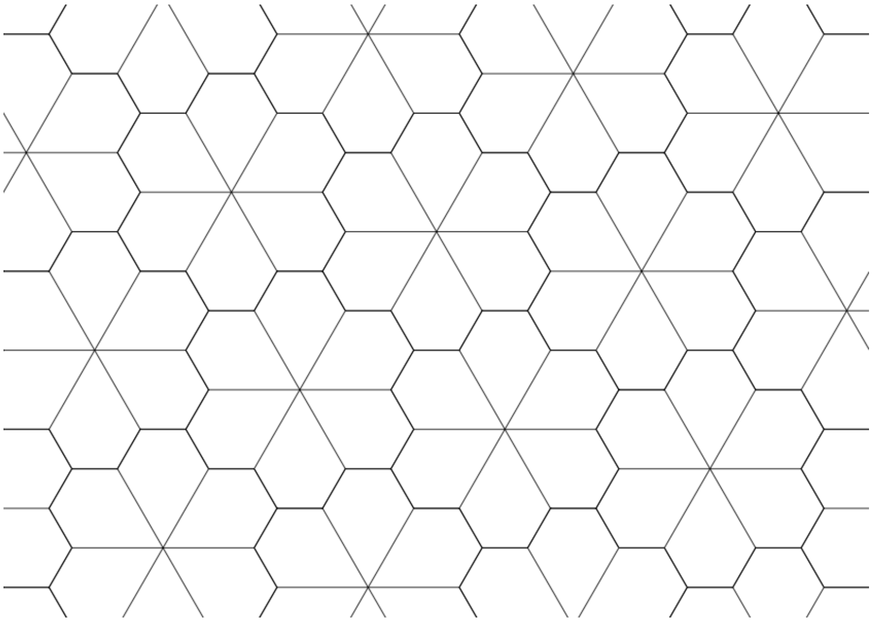
Annexe 1 – Exercice 1 (à rendre avec la copie)



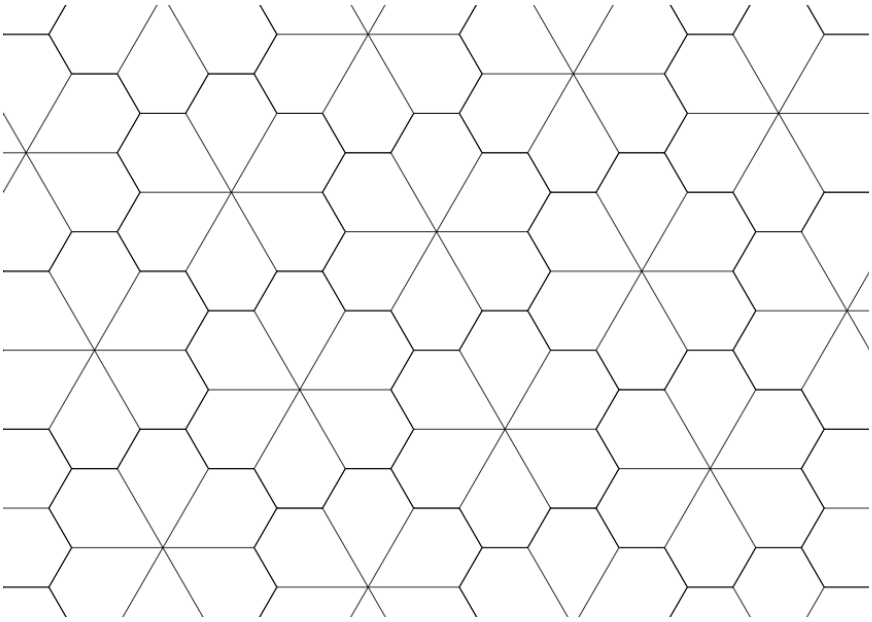
Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3a
(à rendre avec la copie)



Annexe 3b
(à rendre avec la copie)



Annexe 3c
(à rendre avec la copie)